

楕円型・放物型微分方程式研究集会 (Workshop on Elliptic & Parabolic PDEs 2021)

日時：2021年11月19日(金) 13:30～19:00

場所：龍谷大学 瀬田キャンパス 1号館 534演習室, オンライン (Zoom)

—プログラム—

11月19日(金)

- 13:30 – 14:20 三浦 達哉 (東京工業大学)
A diameter bound for compact surfaces and the Plateau-Douglas problem
- 14:30 – 15:20 奥村 瑞歩 (東北大学)
Profile decomposition and bubbling phenomena of approximate solutions to elliptic problems in divergence form
- 15:20 – 15:40 休憩
- 15:40 – 16:30 物部 治徳 (岡山大学)
結晶粒界溝の成長に関連する界面方程式の解の挙動
- 16:40 – 17:30 佐野 めぐみ (広島大学)
The critical Hardy inequality on the half-space via harmonic transplantation
- 17:40 – 19:00 自由討論

本研究集会は、以下の援助の下で開催されます。

日本学術振興会 科学研究費補助金

基盤研究(S) 19H05599 (代表: 石毛 和弘)

基盤研究(C) 20K03689 (代表: 川上 竜樹)

世話人: 川上竜樹 (龍谷大学)
菅徹 (大阪府立大学)

アブストラクト

A diameter bound for compact surfaces and the Plateau-Douglas problem

三浦 達哉 東京工業大学

Plateau 問題は三次元ユークリッド空間内に与えられた一つの単純閉曲線を境界を持つ連結コンパクト極小曲面の存在を問う問題であり, Rado と Douglas により一般的な存在定理が得られている. 一方, 複数個の閉曲線を境界を持つ極小曲面の存在を問う問題は Plateau-Douglas 問題とも呼ばれ, 解の存在・非存在は境界曲線の幾何学的情報に強く依存する. 本講演では非存在問題に焦点を当て, 特に外在的直径を用いた陽的な非存在条件を与える. またこの結果は Topping の直径予想に深く関わっており, 実際に Topping 予想が正しければ最適な条件になることも観察する.

Profile decomposition and bubbling phenomena of approximate solutions to elliptic problems in divergence form

奥村 瑞歩 東北大学

本講演では, 一般には準線形な楕円型方程式

$$\begin{cases} -\operatorname{div} a(\nabla u) + u|u|^{p-2} = u|u|^{q-2} & \text{in } \mathbf{R}^N, \\ u \in W^{1,p}(\mathbf{R}^N), \end{cases} \quad (\text{E})$$

の近似解の列 (u_n) の挙動を考える. ここに, $1 < p < \infty$, $p < q < p^* := pN/(N-p)_+$ であるとし, さらに $t_+ = \max\{t, 0\}$ ($t \in \mathbf{R}$) とする. ここで, (u_n) は

$$\begin{aligned} \sup_{n \geq 1} \|u_n\|_{W^{1,p}(\mathbf{R}^N)} &< +\infty, \\ -\operatorname{div} a(\nabla u_n) + u_n|u_n|^{p-2} - u_n|u_n|^{q-2} &\rightarrow 0 \quad \text{strongly in } [W^{1,p}(\mathbf{R}^N)]^*, \end{aligned}$$

をみたす列であるとする.

いま, 楕円型作用素がいわゆる p -Laplacian の場合にはこの近似解列 (u_n) に対しては global compactness の結果が得られる. これは関数列のいわゆる bubbling 現象を解析した結果であり, その証明においては, p -Laplacian のいわゆる強単調性 (strong monotonicity) が本質的に使われる. ゆえにより一般的な楕円型作用素 $-\operatorname{div} a(\nabla u)$ を考えると, 同様の証明では global compactness に相当する結果は期待できない.

そこで本講演では, $a : \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$ に適切な仮定を置くことで, 極大単調性に依拠した方法で global compactness に相当する結果を導く. その際, $W^{1,p}(\mathbf{R}^N)$ 上の有界列のプロファイル分解の理論も使われる. 本講演で扱う仮定の下では, 作用素 $-\operatorname{div} a(\nabla u)$ は p -Laplacian のみならず, いわゆる Finsler p -Laplacian など含むものとなっていて, 得られる結果は古典的な global compactness の結果の拡張になっている. また, 時間が許せば, bubbling 現象を利用した, 方程式 (E) の非自明解の存在についての応用についても触れたい.

結晶粒界溝の成長に関連する界面方程式の解の挙動

物部 治徳 岡山理科大学

本講演では, W. W. Mullins によって提唱された固気、固液界面の運動に関連する数理モデルの理論解析を行う. 具体的には, 結晶粒界溝の成長速度は, 界面の曲率から構成されるある指数関数によって決まる, という数理モデルに着目する. ここでは, 非斉次ノイマン境界条件のもとで, 解がどのように振る舞うかを考察する. 本研究は芝浦工業大学の石渡哲哉氏との共同研究である.

The critical Hardy inequality on the half-space via harmonic transplantation

佐野 めぐみ 広島大学

古典的な Hardy 不等式は, 臨界ソボレフ空間上では破綻する. しかし有界領域の場合は, 領域の直径に依存した量をもつ対数関数を付加した不等式 (臨界 Hardy 不等式) が知られており, 最良定数やその達成可能性が研究されている. 本研究では非有界領域, 特に半空間上での臨界 Hardy 不等式について考察したい.

まず本講演では, Hersch (1969) により導入された harmonic transplantation を, メビウス変換 (dilation や Cayley 変換等) と比較しながら説明し, これまでの関数不等式に対する様々な変換の統一的な解釈を述べる. harmonic transplantation は領域上の Green 関数 (基本解) を用いた変換であるが, 半空間で p -ラプラシアンの場合は, その具体形は分かっていないと見受けられる. 本研究では少し変形した harmonic transplantation を用いて, 半空間上の古典的 Hardy 不等式を改良し, その極限形として半空間上での臨界 Hardy 不等式が得られることを示す.

本研究は高橋太氏 (大阪市立大学) との共同研究に基づく.