

微分方程式 I 第 2 回確認テスト (2025.7.28 実施)

(注) 問題 1 以外は, 解答の導出がないものは正解としない.

問題 1. 特性多項式 $P(\lambda)$ が次で与えられる時, $P(D)x = 0$ の一般解を求めよ.

$$(1) P(\lambda) = (\lambda - \alpha)^k, \quad (\alpha \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N})$$

$$(2) P(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b, \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

問題 2. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) x'' + 4x' - 5x = e^t$$

$$(2) x'' - 4x' + 4x = e^{2t}$$

$$(3) x'' - 2x' + 6x = t^2 - 2t + 1$$

$$(4) x' - x = te^{3t} \sin t$$

問題 3. 次の微分方程式の一般解を求めよ. ただし, $D = d/dt$ である.

$$(1) \begin{cases} (D + 2)x - y = 2t + 1 \\ 4x + (D - 1)y = 4t^2 - 3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} D^2x = -4x - y \\ D^2y = 2x - y \end{cases}$$

問題 4. 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$(1) t^2 x'' + 5tx' + 3x = t^{-2}$$

$$(2) \begin{cases} tx' + y = 0 \\ ty' + 4x = t \end{cases}$$

問題 5. [] 内の置換を利用して, 次の変数係数微分方程式を定数係数微分方程式に変形せよ. また, 一般解を求めよ.

$$(1) tx'' - x' + 16t^3x = 0 \quad [s = t^2]$$

$$(2) tx'' + 2x' + 4tx = 0 \quad [x = y/t]$$