集合と論理 レポート　第8回 解答

レポート問題 8.1. 成り立つのは $(1), (2), (3), (6), (7), (8)$. 残りは成り立たない.

レポート問題 8.2.

(1)　$X = D$　　(2)　$X = B$　　(3)　$X = C, E, F$　　(4)　$X = A, B, D$

レポート問題 8.3. 数学的帰納法で示す. $n = 1$ の時, ただ一つの元からなる集合 A の部分集合は空集合と集合 A の 2 個なので, 主張は正しい. $n = k$ の時, 主張が正しいとする. このとき, $A = \{a_1, \cdots, a_{k-1}, a_k\}$ とし, $B = \{a_1, \cdots, a_{k-1}\}$ とする. A の部分集合で元 a_k を含まないものは, B の部分集合であり, 仮定より 2^{k-1} 個存在する. 一方, A の部分集合で元 a_k を含むものは, B の部分集合と集合 $\{a_k\}$ の合わさったもの (これを非交和という) として一意的に表される. これは 2^{k-1} 個存在するので, 前述ものと合わせて 2^k 個存在する.