線形代数II演習　第5回

課題 5.1. U, V, W をベクトル空間とし, T を U から V への線形写像, S を V から W への線形写像とする. 線形写像の積 $S \cdot T$ を

$$(S \cdot T)(u) := S(T(u)), \qquad u \in U$$

と定義する.（*i.e.* $S \cdot T$ は合成写像.）このとき $S \cdot T$ は U から W への線形写像であることを示せ.

課題 5.2. $U = \mathbb{R}^3$, $V = \mathbb{R}^2$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

とし, 線形写像 $T(x) = Ax$ $(x \in U)$ を考える.

(1) U の標準基底 $\{e_1, e_2, e_3\}$, V の標準基底 $\{e_1, e_2\}$ をとった時, T の表現行列を求めよ.

(2) U と V の基底を次のように与えたとき, T の表現行列を求めよ.

$$U \text{ の基底} \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$V \text{ の基底} \quad \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

線形代数II演習　第5回 レポート

レポート 5.1. $U = \mathbb{R}^3$ とし,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

に対して, U 上の線形変換 $T(x) = Ax$ を考える. U の基底を次で与えるとき, T の表現行列を求めよ.

$$U \text{の基底} \quad \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

レポート 5.2. $U = \mathbb{R}[x]_2$ 上の線形変換

$$T(f(x)) := f'(x) + f(0)x^2 \qquad f(x) \in \mathbb{R}[x]_2$$

を考える. $\mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1, x, x^2\}$ に関する T の表現行列を求めよ.

レポート 5.3. $U = \mathbb{R}[x]_2$ 上の線形変換

$$T(f(x)) := 2f'(x) + f(0)(1 + x) \qquad f(x) \in \mathbb{R}[x]_2$$

を考える. $\mathbb{R}[x]_2$ の基底 $\{1, x, x^2\}$ に関する T の表現行列, 像と階数, 核と退化次数を求めよ.

レポート 5.4. (**発展課題**) $T : U \to V$ を線形写像とし, A を T の表現行列とする. このとき $\operatorname{rank} T = \operatorname{rank} A$ を示せ.

レポート提出期限 11 月 12 日 8 時