

線形代数II演習 第2回

課題 2.1. 次の W はベクトル空間 $\mathbb{R}^3$ の部分空間かどうか調べよ.

$$(1) \quad W = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 - x_3 = 0, \ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0\}$$

$$(2) \quad W = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 1, \ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 1\}$$

課題 2.2. 次の W はベクトル空間 $\mathbb{R}[x]_3$ の部分空間となるかどうかを調べよ.

$$(1) \quad W = \{f(x) \in \mathbb{R}[x]_3 \mid f(3) = 0, \ f(2) = 0\}$$

$$(2) \quad W = \{f(x) \in \mathbb{R}[x]_3 \mid f(1) \leq 0, \ f(2) = 0\}$$

課題 2.3. $\mathbb{R}^2$ の次のベクトルは 1 次独立か 1 次従属か調べよ.

$$(1) \quad a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (2) \quad a_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

課題 2.4. 次のベクトルは 1 次独立か 1 次従属か調べよ.

$$(1) \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

微積分Ⅱ演習 第2回 レポート

レポート 2.1. V をベクトル空間, W_1, W_2 を V の部分空間とする.

- (i) 共通部分 $W_1 \cap W_2$ は V の部分空間であることを示せ.
- (ii) W_1 の元 w_1 と W_2 の元 w_2 との和 $w_1 + w_2$ 全体の集合を $W_1 + W_2$ で表す. すなわち

$$W_1 + W_2 = \{w_1 + w_2 \mid w_1 \in W_1, w_2 \in W_2\}.$$

このとき, $W_1 + W_2$ は V の部分空間であることを示せ.

* この部分空間を W_1 と W_2 の和と呼ぶ.

- (iii) 和集合 $W_1 \cup W_2$ が V の部分空間ならば, $W_1 \subset W_2$ または $W_1 \supset W_2$ となることを示せ.

レポート提出期限 10月15日 8時