

複素解析I 演習 第1回

問題 1.1. 次の式を $a + bi$ (a, b : 実数) の形に書き直しなさい.

$$(1) (2 - i)(3 + 2i) \quad (2) (1 + 5i)^2 \quad (3) \frac{1+i}{1-i} \quad (4) \frac{1}{2i-1}$$

問題 1.2. 複素数 a, b と自然数 n に対して次を示しなさい. ただし, 複素数 z に対して \bar{z} は z の共役複素数を表す.

$$(1) a\bar{b} + \bar{a}b \text{ は実数である.} \quad (2) a^n - (\bar{a})^n \text{ は純虚数である.}$$

問題 1.3. 次の複素数の絶対値を求めなさい.

$$(1) 2 - 3i \quad (2) (2 - 3i)(1 + i) \quad (3) \frac{1 - 3i}{3 + i} \quad (4) (2 - i)^6$$

問題 1.4. 次の複素数の偏角を答えなさい.

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad (2) \overline{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i} \quad (3) 1 - \sqrt{3}i \quad (4) i - 1$$

問題 1.5. 次の複素数を極形式 $re^{i\theta}$ の形に直しなさい. ただし, θ は主値 ($-\pi < \theta \leq \pi$) をとる.

$$(1) 1 - \sqrt{3}i \quad (2) 1 - i \quad (3) \sqrt{3} + i$$
$$(4) \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - i} \quad (5) \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^4 \quad (6) (\sqrt{3} + i)^9$$

問題 1.6. 次の方程式の解を, その個数分だけ極形式 $re^{i\theta}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の形で求めなさい.

$$(1) z^3 = i \quad (2) z^5 = 4(1 + i)$$

問題 1.7. $\omega = e^{2\pi i/n}$ とするとき, 次の値を求めなさい. ただし, n は 2 より大きい自然数とする. (ヒント: ω^n の値をまず調べよ.)

$$(1) 1 + \omega + \omega^2 + \cdots + \omega^{n-2} + \omega^{n-1} \quad (2) \frac{1}{1 - \omega^2} + \frac{1}{1 - \omega^{n-2}}$$

レポート提出期限 4月16日 12時