

複素解析 I 演習 第3回

問題 3.1. 次の複素数の絶対値を答えなさい.

$$(1) e^{-2+3i} \quad (2) e^{1+i} \quad (3) \frac{1}{e^{3+2i}}$$

問題 3.2. 次の複素数を $x + iy$ (x, y : 実数) の形に書き直しなさい.

$$(1) e^{\frac{3-\pi i}{4}} \quad (2) e^{\frac{\pi+5\pi i}{6}} \quad (3) e^{3+\frac{\pi i}{3}}$$

問題 3.3. $\cos z, \sin z$ について $z = x + iy$ とおいて $u(x, y) + iv(x, y)$ の形に書き直しなさい.

問題 3.4. $\cosh z, \sinh z$ について $z = x + iy$ とおいて $u(x, y) + iv(x, y)$ の形に書き直しなさい.

問題 3.5. 次の値を複素の三角関数と双曲関数の定義を用いて, $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) の形に書き直しなさい.

$$(1) \cos(2 + 3i) \quad (2) \sin(2 - i) \\ (3) \cosh\left(\frac{\pi}{6} + 2i\right) \quad (4) \sinh\left(\frac{\pi}{4} + i\right)$$

問題 3.6. 次の値を $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) の形に書き直しなさい. ただし, 以下の Log は対数の主値を表す.

$$(1) \log(2 + 2i) \quad (2) \log 3i \quad (3) \log(1 + \sqrt{3}i) \\ (4) \log e^{4\pi i/3} \quad (5) \text{Log}(1 - \sqrt{3}i) \quad (6) \text{Log}(-1 + i)$$

問題 3.7. 次の式を満たす z を, $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) の形で求めなさい.

$$(1) e^{3z} + 2i = 0 \quad (2) e^{5z} = 1 - i$$

問題 3.8. 任意の複素数 a および $z (\neq 0)$ に対して z^a は $z^a = e^{a \log z}$ で定義される. 次の値を $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$) の形に書き直しなさい.

$$(1) 3^i \quad (2) i^{1/2} \quad (3) (\sqrt{3} + i)^i$$