複素解析 I 演習　第 2 回

問題 2.1. 次の式で定義される曲線はどんな曲線か複素平面に図示しなさい.

(1) $z = t^2 + it \quad (0 \leq t \leq 2)$　　(2) $z = 2\cos t + i \sin t \quad (0 \leq t < 2\pi)$

(3) $z = 1 + i + e^{i\theta} \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$　　(4) $z = e^{-i\theta} + i \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$

問題 2.2. 次の領域を複素平面に図示しなさい. ($\mathbf{Re} z$ および $\mathbf{Im} z$ は z の実部と虚部を表す.)

(1) $\{z : 1 < |z| < 3\}$　　(2) $\{z : \mathbf{Re}(z^2) < 4\}$

(3) $\{z : \mathbf{Im}(z^2) > 4\}$　　(4) $\left\{ z \ : \ |z| < 1, \ \ \frac{\pi}{3} < \arg(z) < \frac{3}{4}\pi \right\}$

問題 2.3. 直線 $\mathbf{Re} z = 2$ が複素関数 $w = z^2$ によって移される像 (直線を定義域としたときの値域) を $w = u + iv$ 平面に描きなさい. (計算過程も明記すること).

問題 2.4. $w = f(z) := z + 1/\overline{z}$ とする. 原点を中心にもつ半径 $\rho (> 0)$ の円を複素関数 $w = f(z)$ によって移したときにできる曲線を答えなさい.

問題 2.5. $|z|^2 + (1 - i)z + (1 + i)\overline{z} + 1 = 0$ を満たす z 全体が成す曲線を図示しなさい.
(ヒント : $|z - \alpha|^2 = r^2$ $(r > 0)$ の形に書き直せ.)

レポート提出期限 4 月 23 日 12 時