

複素解析I 演習 第2回 解答

問題 2.1. 図は省略. $z = x + iy$ とする.

(1) $x = y^2$ の $0 \leq y \leq 2$ の部分

(2) $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1$

(3) $1 + i$ を中心とする半径 1 の円

(4) i を中心とする半径 1 の円の下半分

問題 2.2. 図は省略. $z = x + iy$ とする.

(1) 原点を中心とする半径 1 の円と半径 3 の円の内側

(2) $x^2 - y^2 < 4$ の領域

(3) $xy > 2$ の領域

(4) 原点を中心とする半径 1 の円の内側で, $\frac{\pi}{3} < \arg(z) < \frac{3}{4}\pi$ の部分

問題 2.3. $z = x + iy$ とおくと, $w = u + iv = (x + iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy$ であり, $\operatorname{Re} z = 2$ は直線 $x = 2$ なので, w 平面上には $u = 4 - y^2$, $v = 4y$ として移される. この両式から y を消去すると,

$$u = 4 - \frac{v^2}{16}$$

となる. 図は省略.

問題 2.4. 原点を中心とする半径 $\rho + 1/\rho$ の円.

問題 2.5. $-1 - i$ を中心とする半径 1 の円. 図は省略.