

微積分II演習 第8回

課題 8.1. 次の広義積分を計算せよ.

$$(1) \int \int_D \frac{1}{(x^2+9)(y^2+4)} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$$

$$(2) \int \int_D \frac{1}{(x^2+y^2)^{2/3}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 4\}$$

課題 8.2. (1) 次の広義重積分を計算せよ.

$$J = \int \int_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy$$

(2) $D(A) := [-A, A] \times [-A, A]$ に対して,

$$\begin{aligned} \int \int_{\mathbb{R}^2} e^{-x^2-y^2} dx dy &= \lim_{A \rightarrow \infty} \int \int_{D(A)} e^{-x^2-y^2} dx dy \\ &= \lim_{A \rightarrow \infty} \left(\int_{-A}^A e^{-x^2} dx \right) \left(\int_{-A}^A e^{-y^2} dy \right) \end{aligned}$$

となることを用いて広義積分 $I := \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ の値を求めよ.

課題 8.3. 次の広義積分を計算せよ.

$$\int \int_D e^{-2x} y^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x \geq 0, 0 \leq y \leq 1\}$$

微積分II演習 第8回 レポート

レポート問題 8.1. 次の広義積分を計算せよ.

$$(1) \iint_D \frac{1}{(x^2 + y^2)^{\alpha/2}} dx dy, \quad (\alpha < 2), \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < a^2\}$$

$$(2) \iint_D \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$$

レポート問題 8.2. 次の広義積分を計算せよ.

$$(1) \iint_D (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x, y \geq 0\}$$

$$(2) \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, y^2 < x^2\}$$

レポート問題 8.3. 次の広義積分は収束するかどうか判定せよ.

$$(1) \iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x, y \geq 0\}$$

$$(2) \iint_D (x + y)e^{-(x+y)} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x, y \geq 0\}$$

レポート問題 8.4. 次の積分は順序交換できないことを示せ.

$$\int_0^\infty \left(\int_0^\infty \frac{x - y}{(x + y + a)^3} dy \right) dx \quad (a > 0)$$

レポート提出期限 12月25日 12時