微積分II演習　第4回

課題 4.1. 次の整級数の収束半径を求めよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$　　(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n+1} x^n$　　(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^n x^n$　　(4) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(n+1)} x^{2n+1}$

課題 4.2. 次の級数の和を求めよ.

$$(1)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} \qquad (2)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{3^n} \qquad (3)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

Hint. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ $(|x|<1)$ と項別微分を用いよ.

課題 4.3. $\mathbb{R}^2$ の部分集合 D が開集合である及び閉集合であるの定義を述べよ.

課題 4.4. 次の関数の定義域を求めよ.

$$(1)\ \log(2-x^2-y^2) \qquad (2)\ \frac{x+y}{x-y}$$

課題 4.5. 次の $\mathbb{R}^2$ の部分集合 D を図示し, ∂D, $\mathrm{Int}D$, $\overline{D}$ を集合の記号で表せ. また, D が開集合, 閉集合, 有界集合であるか否かを答えよ.

(1) $D = \{(x,y)\,|\,|x|<4,\ |y|<2\}$　　(2) $D = \{(x,y)\,|\,y \geq x^2,\ x \geq y^2\}$

(3) $D = \{(x,y)\,|\,1 \leq y-x < 2\}$　　(4) $D = \{(x,y)\,|\,xy>1,\ x+y<4\}$

(5) $D = \{(x,y)\,|\,x^2+y^2 \leq 4,\ x>0\}$　　(6) $D = \{(x,y)\,|\,|x|+|y| \leq 4\}$

微積分II演習　第4回 レポート

レポート 4.1. Abel の連続性定理を用いて次を示せ.

$$(1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}=\log 2 \qquad (2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}=\frac{\pi}{4}$$

レポート 4.2. a,b を実数とする. このとき, 任意の $\varepsilon>0$ に対して

$$|a-b|<\varepsilon$$

が成り立つならば, $a=b$ であることを示せ.

レポート 4.3. $\lim_{n\to\infty} n^{\frac{1}{n}}=1$ を示せ.

レポート 4.4. 次の極限を求めよ.

$$(1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{x} \qquad (2)\ \lim_{x\to 1} x^{\frac{1}{x-1}}$$

レポート提出期限 11 月 7 日 12 時