

微積分 II 演習 第 5 回 解答

課題 5.1. 極座標変換に対する単なる計算. 丁寧に計算すれば良い.

.....

レポート問題 5.1. 数学帰納法を用いて証明する. ポイントは, 二項定理より

$$\left(h \frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y}\right)^r = \sum_{j=0}^r {}_r C_j h^{r-j} k^j \frac{\partial^r}{\partial x^{r-j} \partial y^j} f(x, y)$$

であることと, ${}_{m+1}C_j = {}_mC_j + {}_mC_{j-1}$ を用いること.

レポート問題 5.2.

- | | |
|--|--|
| (1) $1 + x + 2y + \frac{1}{2}(x + 2y)^2$ | (2) $1 + y + \frac{1}{2}(-2x^2 + y^2)$ |
| (3) $1 - x^2 - y^2$ | (4) $x + 2y - \frac{1}{2}(x^2 + 4xy + 4y^2)$ |

レポート問題 5.3. 極座標変換に似た座標変換. 最終的に $g_{ss} + g_{tt} = (x^2 + y^2)(f_{xx} + f_{yy})$ となるので, f が調和関数であることより, $g_{ss} + g_{tt} = 0$ となり, g は調和関数となる.